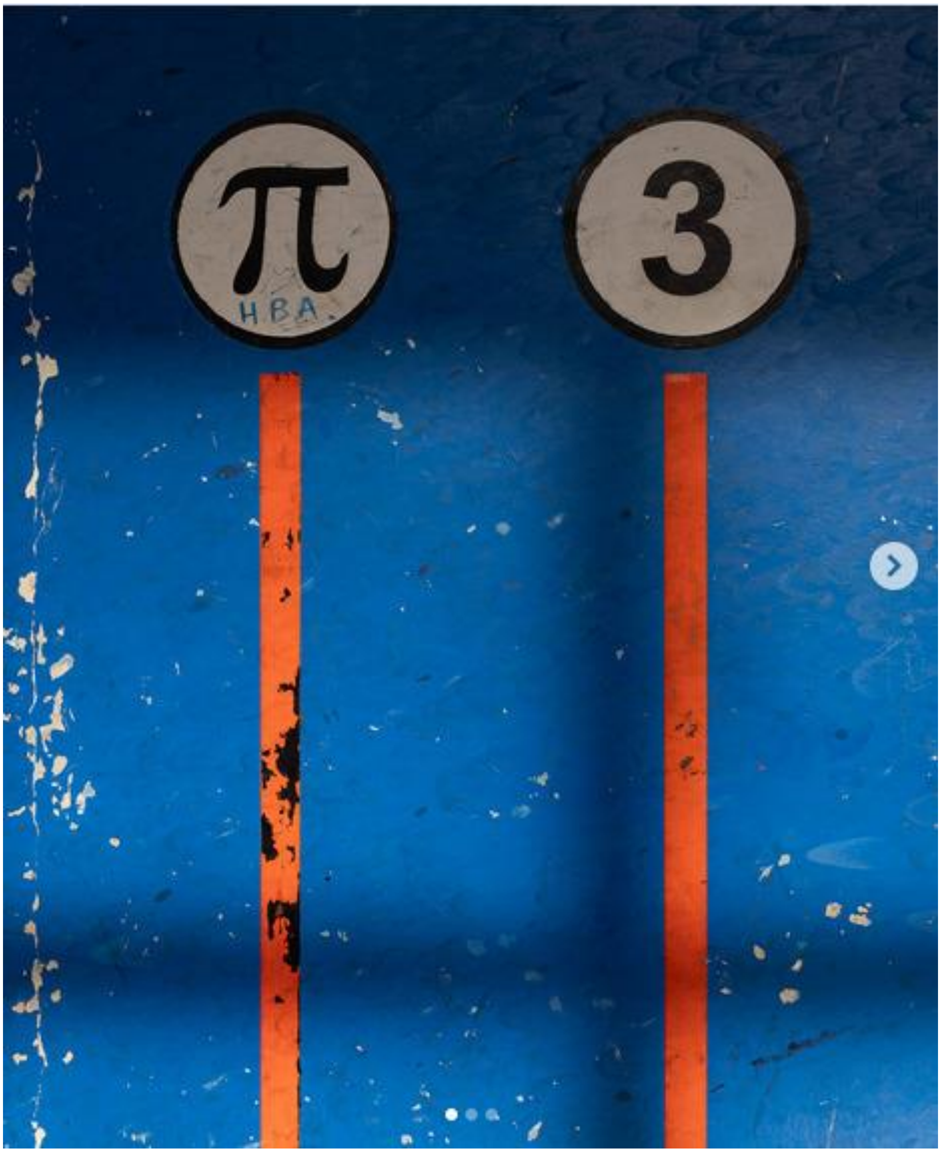
PAGO ADECUADO DE APUESTAS EN PARTIDOS SIN FINALIZAR, EL PRORRATEO.



Matemáticas en el frontón.

En general, alrededor de todo tipo de deportes se mueve gran cantidad de dinero en apuestas que se realizan de muy diversas formas.

Aquí solo vamos a analizar lo relativo a las apuestas que tiene lugar en los frontones y en especial nos fijaremos en uno de sus aspectos, "EL PRORRATEO" que se da cuando hay que fijar como pagar de forma "adecuada" las apuestas, cuando por alguna causa (lesión de algunos de los participantes, por ejemplo), se decide no continuar el partido y darlo por finalizado con el resultado parcial.

En primer lugar, vamos a ver cómo funcionan las apuestas en los frontones.

Los partidos de pelota pueden ser individuales o por parejas, pero siempre hay dos colores, el rojo y el azul.

Una persona apuesta contra otra a favor de uno de los colores, siempre pensando que si gana el color por el que ha apostado, obtendrá un beneficio económico que lo pagará el que pierda.

En pelota, lo mismo que en otros deportes puede apostarse antes de comenzar el partido, o bien durante su ejecución.

Las apuestas pueden realizarse “a la par”, es decir que los dos apostantes juegan la misma cantidad de dinero, o bien, si uno de los apostantes cree que un color tiene más posibilidades de ganar que el otro, puede apostar una cantidad mayor para conseguir si gana, una cantidad menor que la arriesgada, pero con más posibilidades de ganar según él. El otro apostante arriesga una cantidad menor porque piensa que la probabilidad de ganar el color por el que apuesta es menor, pero puede ganar una cantidad mayor, aunque la probabilidad para él sea menor. Luego suele ocurrir que las cosas no ocurren como se habían pensado. Yo no he sido apostador, pero de las dos o tres veces que he jugado en mi vida, no he ganado en ninguna.

Por ejemplo, se pueden apostar 100 euros contra 70. Caso de ganar su color ganaría 70 pero en caso contrario perdería 100. Como hemos dicho, en este caso se arriesga a perder 100 y solo a ganar 70 porque piensa que lo más probable es que gane su color. El otro apostador apuesta menos por el color que en teoría tiene menor probabilidad de ganar, pero puede ganar más cantidad de lo apostado.

En realidad, las apuestas no se realizan directamente entre dos personas, sino por medio de los llamados “corredores”, que cobran una comisión, pero este detalle no influye en lo que tratamos de investigar, que como hemos dicho es como se puede fijar el prorrateo de manera adecuada o justa.

Estas cantidades “adecuadas” a pagar o prorrateo se podrían fijar de diferentes formas, una podría ser realizar una tabla con los diferentes tanteos posibles de partidos inacabados, y a cada uno de estos finales asignar un porcentaje de la apuesta total, lo cual es muy subjetivo, y no sería fácil llegar a un acuerdo entre apostadores y empresas para fijar estas cantidades. Aparte de esto el número de tanteos posible es de22x21=462 y sería una tabla bastante incómoda de manejar.

Voy a presentar tres fórmulas diferentes de cálculo del prorrateo.

Más adelante explicaré como se han obtenudo estas fórmulas.

La primera P=(A-B)/(22-B) (1).

La segunda P=((A-B)/22)x(A+B)/43 (2).

Y la tercera P=(A-B)/(44-(A+B)) (3).

P es el prorrateo resultante, A el tanteo del color que va por delante y B el tanteo del que va perdiendo.

Calculemos por ejemplo los prorrateos que se obtienen con las tres fórmulas para el caso de terminar el partido 16-9.

Según la fórmula (1) P=(16-9)/(22-9)=7/13=0,54=54%

Según la fórmula (2) P=((16-9)/22)x(16+9)/43=(7/22)x(25/43)=0,18=18%

Según la fórmula (3) P=(16-9)/(44-(16+9))=7/(44-25)=7/19=0,37=37%

En la siguiente tabla comparativa a parecen los resultados de diversos tanteos.

Tanteo.	Aplicando (1)	Aplicando (2)	Aplicando (3)
20-18	50%	8%	33%

20-13	78%	24%	64%
20-6	87%	38%	78%
20-2	90%	41%	82%
16-13	33%	9%	20%
16-3	68%	25%	52%
7-5	12%	2,5%	6%
7-1	29%	5%	17%
4-3	5%	0,7%	3%
4-1	14%	1,5%	8%

En principio no hay ninguna razón que se pueda esgrimir para decantarse por una u otra fórmula.

Veamos a continuación cual es el origen de estas fórmulas del prorrateo

El prorrateo se calcula en pelota actualmente según una fórmula matemática que ideó un maestro de escuela alavés que ejerció en Mondragón a principios del siglo pasado llamado Félix Arano, que es la fórmula (1). Las fórmulas (2) y (3) han sido ideadas por mí hace unos días.

Según oí en mi juventud, este maestro era muy buen enseñante y cantidad de chavales mondragoneses aprendieron muchas nociones de matemáticas gracias a él en las Escuelas Fundación Viteri.

El Heraldo Alavés publicó por aquellas fechas un artículo que contaba que en las escuelas Viteri tuvo lugar una interesante lección de cálculo mental a la que asistieron varios maestros alaveses que llegaron a Mondragón en el antiguo tren Vasco-Navarro. Decía este periódico que los alumnos de D. Félix calculaban con una rapidez asombrosa los más difíciles ejercicios con números enteros, decimales, quebrados, mínimo común múltiplo etc.

El prorrateo, se utiliza en diversas ocasiones. Se trata de elegir la forma en la que todos paguen o cobren de forma adecuada sin que nadie salga más beneficiado que otro. Por ejemplo, los gastos comunes de una comunidad se pagan a prorrateo. Si un piso tiene 100 m2 y otro 50, los gastos se prorratean teniendo que pagar el de los 100 el doble que el de 50. En estos casos la proporcionalidad está clara y es muy fácil de calcular, no hay que inventar ninguna nueva fórmula. Se trata en general de realizar un reparto proporcional que podríamos llamarle “justo”.

Cuando en un partido se han realizado apuestas y este no finaliza, no está tan claro cuál es la forma más “adecuada” de cobrar el que gana y de pagar esa misma cantidad el que pierde. Como el partido no ha finalizado, el color que tiene menor tanteo no ha perdido el partido del todo, y según él no tiene que pagar el montante total de la apuesta realizada, el que va ganando sabe que no ha ganado todavía y acepta que tiene que ganar algo menos de dinero que si terminase el partido a su favor.

Para elegir entre las tres fórmulas presentadas vamos a fijar unos principios de ecuanimidad.

Las cantidades que se deban pagar y cobrar deberían cumplir las siguientes exigencias.

Primera, que el porcentaje a pagar sea menor que el 100%, pues el partido no ha terminado.

Segunda, que si el resultado es un empate, no gane ni pierda nadie ninguna cantidad en la apuesta.

Tercera, que la cantidad que se pague o se cobre aumente con la diferencia de tanteo, a mayor diferencia mayor cantidad a pagar y cobrar.

Cuarta, cuanto más avanzado esté el partido mayor debe ser la cantidad que se deban cobrar o pagar.

Quinta, que la cantidad a cobrar aumente con la probabilidad de ganar que tenga el color que va por delante en ese momento.

La fórmula que se utiliza actualmente como hemos dicho es la ideada por el mencionado maestro que es la siguiente: $P=Dx100/F$ (1).

Siendo P el prorrateo en tanto por ciento, D la diferencia positiva de tanteo en el momento en que se deja de continuar el partido y F la cantidad de tantos que le faltan al color que va perdiendo para llegar a 22, en el caso de pelota a mano.

Sea como hemos dicho antes, una apuesta realizada 100 a favor del rojo contra 70 a favor del azul.

Por ejemplo si el partido se dejase de continuar con el tanteo 16-10 a favor del rojo, el prorrateo según esta fórmula (1), sería $P=(16-10)x100/(22-10)=6x100/12=50\%$.

Se pagaría y se cobraría el 50% de lo apostado, es decir el perdedor (azul) pagaría al ganador (el rojo) 70x0,5=35 euros.

Si el partido se suspende cuando el azul va ganando 16-10, el prorrateo es el 50% como en el caso anterior, pero aplicado al color que va perdiendo, que en este caso es el rojo por el cual se han apostado 100 euros. Es decir que la cantidad a pagar el rojo o cobrar el azul es 100x0,5=50 euros.

Esto ha sido aceptado y realizado así durante muchos años, pero nos podemos preguntar si este reparto es adecuado y si cumple con las cinco exigencias mencionadas. No existe ninguna definición de lo que es adecuado, pero se pueden establecer unos criterios básicos, como los cinco que hemos definido anteriormente.

Estos criterios, trató de tenerlos en cuenta el maestro Arano. Ideó su fórmula en forma de fracción, por lo tanto, en el numerador que multiplica, habría que poner algo que aumentase con la diferencia de tantos. Eligió la resta como diferencia de tantos.

Para expresar en la fórmula que el prorrateo disminuya con lo que falta de partido, tendría que aparecer en el denominador algo que aumente cuando aumenta lo que falta de partido. Esto lo hizo el Sr. Arano tomando la diferencia entre 22 y el tanteo que tiene el color que va perdiendo que es lo que aparece en la fórmula (1).

Esta fórmula cumple con cuatro de las cinco condiciones mencionadas. Su resultado siempre es menor que uno, pues la diferencia entre el perdedor y el ganador es menor que la diferencia entre el perdedor y 22. Cuando el resultado es un empate $P=0$. P aumenta con la diferencia D, al estar esta cantidad en el numerador.

Para cumplir la cuarta condición puso en el denominador la diferencia entre 22 y el tanteo del perdedor, tomando esta cantidad como representación de “lo que queda de partido”.

En la fórmula (1) se observa una carencia, (no le llamamos error). No se tiene en cuenta nada relacionado con la probabilidad de que gane el que va por delante o la de que gane el que va por detrás, que es la quinta exigencia.

Vamos a tratar de encontrar otra fórmula para el prorrateo.

Para ello como hemos dicho pongamos la diferencia de tanteo, pero en proporción a la diferencia máxima posible de tanteo. Por ejemplo, para 18-14 como la diferencia de tanteo máximo corresponde a un 22-0, tomemos como diferencia de tantos relativa (18-14)/22, y multipliquemos esta cantidad por lo jugado de partido. Como "jugado de partido" tomemos la proporción entre los tantos jugados y el tanteo máximo posible 22-21 en total 43 tantos de tanteo máximo en este caso (18+14)43. De esta forma al aumentar la diferencia de tanteo aumentará el prorrateo y al aumentar el número de tantos jugados también. El prorrateo sería P((18-14)/22)x(18+14)/43=0,13=13%

Vamos a tratar de idear una fórmula más adecuada que las (1) y (2), que cumpla también la exigencia quinta, que tenga en cuenta la probabilidad de que gane uno u oro color.

Si el partido se corta con el tanteo de 20-18 a favor del rojo, los posibles tanteos finales a favor del rojo son, 22-18, 22-19, 22-20 y 22-21, 4 posibilidades. Esta cantidad la podemos obtener restando de 22 el tanteo final del azul, 22-18=4.

El azul puede terminar ganando el partido de 2 formas, 22-20 y 22-21 este 2 lo podemos obtener restando de 22 los tantos del rojo 22-20=2

De esas 6 probabilidades diferentes de finalización del partido hay 4 en las que ganaría el rojo y 2 el azul. Es decir que el equipo rojo tiene una probabilidad de 4/6 de ganar el partido y el azul de 2/6 sobre la unidad.

La diferencia entre estas dos probabilidades que tomaremos como prorrateo es, 4/6-2/6= 2/6=0,33 el 33%.

En general si el partido acaba en el tanteo A-B, definiremos el prorrateo como la diferencia de i probabilidades de ganar el A menos la del B.

Probabilidades de ganar el A, P_a= (22-B)/(22-A+22-B)

Probabilidades de ganar el B, P_b=(22-A)/(22-A+22-B)

Hemos definido el prorrateo como la diferencia entre estas dos probabilidades, $P=P_a-P_b$

Es decir P=(22-B)/((44-(A+B))-(22-A)/(44-(A+B)) luego,

P=((22-B)-(22-A))/44-(A+B)=(A-B)/(44-(A+B)) (3)

En el ejemplo anterior 20-18, P=(20-18)/(44-38)=2/6=0-33 el 33%,

En esta fórmula (3) nos ha salido en el numerador la misma cantidad que en la (1), pero en el denominador en vez de la diferencia entre 22 y el tanteo del perdedor tenemos la suma de las diferencias a 22 de los dos colores en el momento de la suspensión del partido.

Cuando obtuve esta fórmula del prorrateo aplicando solamente el concepto de probabilidad, me sorprendió que fuese muy similar a la que ideó en su día el Sr. Arano que la había ideado por otro camino. Me sorprendió asimismo que utilizando solo el concepto de probabilidad no solo se cumpliese con las exigencias cuarta y quinta, sino también con las tres primeras. Eso quiere decir que la probabilidad es el concepto dominante a la hora de definir el prorrateo en estos casos, y que cumple con las cinco condiciones mencionadas.

Debería de haberme dado cuenta de que utilizando solo el concepto de probabilidad se cumplían las cinco condiciones mencionadas. Como la probabilidad siempre es menor que uno, la diferencia de las dos probabilidades es a su vez menor que uno. Cuando el partido termina en empate, las dos probabilidades tienen el mismo valor y por lo tanto su diferencia es nula.

Por otro lado, me alegré de comprobar que esa fórmula que llevaba utilizándose tantos años sin cumplir los cinco requisitos que hemos mencionado, fuese solamente un poco diferente de la que yo creo que es más apropiada por todo lo expuesto a lo largo del escrito.

Sería posible comunicar a la Federación de Pelota Vasca o a las empresas que regulan las apuestas en los frontones, los resultados de este estudio por si les parece adecuado calcular el prorrateo obtenido de forma que cumpla con las cinco exigencias mencionadas. O les puede parecer suficiente que cumpla solo con unas cuantas, pues lleva años aplicándose y no parece que haya habido quejas ni por parte de los ganadores ni de los perdedores.

Como el prorrateo obtenido mediante la fórmula (1) es mayor que el obtenido con las (2) y la (3), los apostadores cuyo color va ganando, prefieren la fórmula (1) pues ganan más, pero los perdedores pagan más a su vez. Pero la fórmula a aplicar no debería tener en cuentas lo que puedan preferir unos u otros, sino solamente hacer caso al cálculo de probabilidades.

Las matemáticas nos ayudan a encontrar soluciones a problemas, pero hay que establecer unos criterios que nos sirvan para comprobar si lo obtenido es lo que buscamos, o al menos si nos acercamos.

Como suele suceder muy a menudo cada uno defiende lo suyo y yo defiendo mi fórmula (3), pero no porque ha sido ideada por mí, sino porque está basada en el cálculo de probabilidades.

Esto ni quita ningún mérito al Maestro Arano, que ideó su fórmula hace unos 100 años, y además, que cumple con cuatro de las exigencias que hemos mencionado.

Anton del Campo.

Ingeniero industrial.