

NO ES LO MISMO PARES DE SIETES QUE PAREJA DE SIETES.



Es mucho más fácil tener 31 que 37, casi cuatro veces más fácil.

El día en que se celebró en nuestra sociedad Ernio el último torneo de mus, Asier nuestro gerente, me propuso, sin insistir mucho, que escribiese un artículo sobre el mus y las matemáticas.

Cuando me lo dijo me lo tomé un poco a broma, pues pensé en ese momento que sería algo casi inabordable.

Le he dado unas vueltas a la idea y aunque no sé hasta donde podré llegar, ni lo que podré aportar, he decidido ponerme manos a la obra.

Está bien hacer un estudio de probabilidades del mus, pero no creo que eso ayude a ganar partidas.

Los dos últimos años se han repetido las parejas finalistas y los ganadores lo han sido por quinta vez. No creo que sea por el estudio de probabilidades, sino por un don especial similar al que pueda tener un buen compositor musical.

Mi compañero Jesús Tanco y yo quedamos los cuartos. Por mi culpa no quedamos los terceros, pues acepté un órdago nada mas empezar una partida, lo perdí y nos quedamos en esa partida con cero puntos, debido a esto otra pareja nos arrebató el tercer puesto por puntuación.

En el escrito me voy a referir al mus de ocho reyes y ocho ases.

No creo que sea necesario saber jugar al mus para entender el escrito, pero puede ayudar algo.

El mus se puede jugar entre dos parejas, entre dos personas y alguna vez lo he visto entre tres.

A cada persona se le reparten cuatro cartas.

El juego puede comenzar a continuación si los participantes piensan que las cartas que tienen son apropiadas, o puede haber descartes.

Finalmente, el juego comienza con 4 cartas por participante.

Hay puntuaciones que son fijas y otras que dependen de lo que hayan apostado entre los contrarios.

Por ejemplo 31 al juego son 3 puntos, pero puede haber otros puntos que no solo dependen de las cartas que se tengan, sino de los envites aceptados.

En este escrito, en el que vamos a utilizar el cálculo de probabilidades, solamente nos vamos a referir a los puntos que se obtienen según las cartas que se tienen, que es algo objetivo y no depende ni de lo que piensen los contrarios ni de los envites que se hayan realizado, pues esto no tiene tratamiento matemático y precisamente es casi lo más significativo que tiene el mus.

Por ejemplo, si un jugador tiene 3 reyes y le envidan órdago a la mayor, le suele preguntar al compañero "¿cuántos reyes me quitas? Si su compañero le dice que no tiene ningún rey, el jugador de los tres reyes puede pensar que hay una probabilidad "media o alta" de que el que le ha lanzado el órdago, tenga también tres reyes por lo menos. Si su compañero le dice que le quita dos reyes, como en total hay 8, solo quedan tres reyes y piensa que la probabilidad de que el contrario tenga estos 3 reyes es "pequeña". Es decir que los jugadores de mus "piensan" en la probabilidad, pero en general no la calculan.

Como aparece en el título del artículo no es lo mismo una pareja de sietes que pares de sietes. Una pareja de sietes son dos cartas solamente. Una pareja de sietes puede ser por ejemplo el 7 de oros y el 7 de bastos, que lo representaremos como (7o,7b). Pero pares de sietes son cuatro cartas dos de

los cuales solamente son sietes, por ejemplo 7 de oros, 7 de bastos, sota de oros y caballo de espadas es decir (7o, 7b, So, Ce). Como se ve, con la pareja (7o,7b) puede haber varias jugadas con pares.

Al final del escrito presentaré un resumen con los resultados obtenidos para las personas que no quieran seguir los cálculos. Como digo quien solo quiera resultados puede saltar al resumen.

Para ir entrando en el cálculo de probabilidades en el mus, vamos a empezar con un ejemplo fácil. ¿Cuántas parejas de sietes diferentes hay?

Primero escribiremos las parejas posibles y luego veremos cómo se calcula esta cantidad

Los sietes son cuatro, 7o, 7c, 7e, 7b, siete de oros, de copas, de espadas y de bastos.

Las parejas posibles de sietes son las siguientes: (7o,7c),(7o,7e),(7o,7b),(7c,7e),(7c,7b),(7e,7b), cuyo número es 6.

Son las combinaciones de 4 elementos tomados de 2 en dos. Su número es $(C4/2)=4!/((4-2)!x2!)$ es decir $4x3x2/2x2=24/4=6$.

Se llaman medias a tener en la jugada de 4 cartas 3 cartas del mismo valor, por ejemplo 3 sietes y otra carta. Como hemos dicho antes, medias de sietes que son con 4 cartas no es lo mismo que trio de sietes que son solo 3 cartas.

Podemos preguntarnos cuantas jugadas diferentes puede haber con medias de sietes.

Primero calculemos cuantos tríos diferentes de sietes hay, por ejemplo (7o,7e,7b), (7c,7e,7b) etc.

El número de tríos de sietes diferentes es $(C4/3)$ combinaciones de 4 elementos tomados de 3 en 3, $4!/3!=4$. Cada uno de estos cuatro tríos puede formar una jugada de medias con cada una de las 36 cartas que restan. Es decir que el número de medias de 7 diferentes es $4x36=144$. 144 es también el número de medias posible de cuatros, de cincos, de seises, de sotas y de caballos.

Vamos a calcular, aunque no utilizaremos casi nunca esta cantidad, el número de jugadas diferentes que existen. Esta cantidad es el número de combinaciones posibles de 40 cartas tomadas de 4 en 4, $40!/(36!x4!)=40x39x38x37x/4x3x2=91.390$.

La probabilidad de tener medias de 7 es $P=\text{casos favorables}/\text{posibles}=144/91390=0,00157=0,15\%$.

Poco a poco vamos avanzando en el cálculo de probabilidades en el juego del mus. Normalmente utilizaremos el número de casos posibles en vez de utilizar la probabilidad.

Otro ejemplo bastante fácil es calcular los casos posibles de tener una jugada con duples de reyes. Son 8 reyes y por lo tanto en número de duples de reyes es las combinaciones de 8 elementos tomados de 4 en 4 $(C8/4)=8!/(4!x4!)=8x7x6x5/4x3x2=70$.

Sin embargo, la posibilidad de tener duples de caballos es solamente de 1, los cuatro caballos a la vez, solo hay esa posibilidad. Es mucho más fácil (70 veces más fácil) tener duples de reyes que de caballos. Por lo tanto, aunque en principio podemos pensar que con duples de caballos tenemos una jugada buena, no hay que olvidar que esto solo se da en una oportunidad y un contrario tiene 70 posibilidades de tener duples de reyes y ganarnos.

Los duples valen 3 puntos, las medias 2, los pares 1, 31 al juego son 3 puntos y el juego excepto el 31 simplemente, 2.

Voy a intentar calcular las posibilidades de varios tipos de jugada y ver si las puntuaciones correspondientes son mayores para las jugadas más difíciles (menores posibilidades).

TRENTA Y UNO.

Treinta y uno se puede obtener de cuatro formas, con tres figuras de las 16 que hay con un as de los 8 que hay. También con dos figuras y un siete y un cuatro o bien dos figuras y un seis y un cinco, o bien la 31 real que está formada por una figura y 3 sietes.

Ejemplos (So,Cb,Ce,1o), (Rb,Cb,6o,5b), (Rc,Rb,7c,4c), (Sb,7c,7e,7b)

Tres figuras y un as.

Hay 8 reyes, 4 caballos y 4 sotas, en total 16 figuras. El número posible de tríos de figuras es el de combinaciones de 16 elementos tomados de 3 en 3.

Es decir $(C_{16/3})=16!/(13!\times 3!)=16\times 14\times 15/3\times 2=560$.

Cada uno de estos tríos de figuras se puede combinar con cada uno de los 8 ases, es decir que con tres figuras y un as se puede obtener 31 de $560\times 8=4.480$ formas diferentes.

Dos figuras con un seis y un cinco.

Las parejas posibles de dos figuras son las combinaciones de las 16 figuras tomadas de 2 en 2, es decir $(C_{16/2})=16!/(14!\times 2!)=16\times 15/2=120$.

Para sumar 31 cada pareja de estas puede combinarse con las posibles parejas de 6 y 5, que son 4 seises por 4 cincos es decir $4\times 4=16$, en total serán $120\times 16=1.920$ formas diferentes.

Con un siete y un cuatro igual que en el caso anterior se obtienen 1.920 formas diferentes.

31 real, una figura de las 8 posibles y 3 sietes. 3 sietes se pueden obtener de 4 sobre tres combinaciones, es decir $(C_{4/3})=4!/1!=4$ y cada una de estas combinaciones de estos 3 sietes se puede combinar con cada una de las 16 figuras es decir $4\times 16=64$

En total treinta y uno se puede obtener de $4.480+1.920+1.920+64=8.384$ formas distintas.

Podemos comparar estas 8.384 posibilidades de tener 31 con las 70 de tener duples de reyes.

Es mucho más fácil tener 31 que duples de reyes. No parece ecuánime que a estos dos tipos de jugadas se les asigne 3 puntos, pero el juego está establecido así.

MEDIAS DE SOTAS.

Esta jugada consta de 3 sotas y cualquier otra carta.

El número de tríos de sotas es $(C_{4/3})=4!/3!=4$ y cada trío puede formar medias de sotas con las otras 36 cartas restantes, es decir $4\times 36=144$ posibilidades de las 91.390, posibles.

37 AL JUEGO.

Para tener esta jugada hay que tener 3 figuras y un siete. Hay 16 figuras y como sabemos el número de tríos de figuras es $(C_{16/3})=16!/(13!\times 3!)=560$, y como hay 4 sietes $560\times 4=2.240$.

Antes hemos obtenido que 31 al juego se puede conseguir de 8.384 formas. Es mucho más fácil tener 31 que 37, pero sin embargo 31 le gana a 37 y además la puntuación por 31 es 3 y por 37 solamente 2.

Vemos que quienes inventaron el mus no hicieron muchos cálculos de probabilidades para asignar un orden de preferencia en las jugadas.

MEDIAS EN GENERAL.

Medias de ases.

Esta jugada que consta de 4 cartas se forma con 3 ases y otra carta cualquiera que no sea as, que son $40-8=32$ restantes. Su número será pues $(C8/3) \times 32 = 32 \times 8! / (5! \times 3!) = 32 \times 8 \times 7 \times 6 / 3 \times 2 = 1.792$.

Medias de 4, 5, 6, 7 sotas y caballos.

Cada una de ellas igual a 144 posibilidades como hemos obtenido anteriormente para las medias de sotas, es decir $6 \times 144 = 864$.

Medias de reyes, la misma cantidad que las medias de ases 1.792.

La cantidad total de posibles medias es entonces: $1.792 \times 2 + 864 = 4.448$, su probabilidad es $4.448 / 91.390 = 4,87\%$

Hay multitud de jugadas que se pueden estudiar, pero probablemente un estudio completo daría para un libro. Vamos a parar, pues creo que con lo anterior está perfectamente explicado el método que se puede utilizar.

Para terminar, vamos a ver lo que hemos dicho al principio, si teniendo tres reyes te lanzan un órdago y tu compañero te dice que tiene dos reyes, solo quedan otros tres reyes para el contrario. Veamos cuantas posibilidades hay de que el contrario que te ha lanzado el órdago tenga también esos otros tres reyes.

El contrario puede tener varias jugadas con los tres reyes que quedan. Los tres reyes y la otra carta que puede ser cualquiera de las 40 de la baraja, excepto los ocho reyes, es decir cualquiera de las otras 32. Es decir que hay 32 posibilidades de que el otro contrario tenga también 3 reyes.

Hasta ahora hemos considerado las posibilidades favorables sobre la cantidad de 91.390 posibles en total. En este caso no son todas estas jugadas las posibles, pues el jugador que ha lanzado el órdago no puede tener en su jugada cuatro cartas cualesquiera de entre las 40 existentes, sino entre las 40 menos los 5 reyes que están ya asignados, quedan pues 35 cartas para formar la jugada del lanzador del órdago, en total $(C35/4) = 35! / (31! \times 4!) = 35 \times 34 \times 33 \times 32 / 4 \times 3 \times 2 = 52.360$.

La probabilidad de que también tenga 3 reyes es pues $32 / 52.360 = 0,06\%$.

Si el que ha recibido el órdago tiene por ejemplo 3 reyes 7 y si además es mano, el otro debe tener para ganarle 3 reyes sota o 3 reyes caballo. Entre sotas y caballos hay 8. Es decir que hay 8 posibilidades de que el que ha lanzado el órdago tenga mejor jugada a mayor que 3 reyes 7. Con esta probabilidad de perder tiene que tomar una decisión de aceptar o no el órdago

Si el compañero no le quita ningún rey, quedan 5 reyes para que el jugador que ha lanzado el órdago pueda formar jugadas ganadoras de varias formas.

Teniendo 4 reyes que con los 5 que quedan, las posibilidades son $(C5/4) = 5$.

A estas cinco posibilidades hay que sumarle las posibles jugadas mayores de 3 reyes 7, es decir 3 reyes sota y 3 reyes caballo. Los tríos de reyes posibles con esos 5 son $(C5/3)=5!/(3!x2!)=10$. Cada uno de estos 10 tríos se puede combinar con cada uno de las 8 sotas o caballos. Es decir, $10x8=80$. En total $5+80=85$.

Aparte de la probabilidad, entra en juego algo que no se puede calcular, que es la confianza o desconfianza en lo que te dice el contrario y todo tipo de decisiones subjetivas, pero como hemos dicho eso no lo resuelven las matemáticas.

RESUMEN.-

Voy a recoger los resultados obtenidos, que como he dicho son solo unos pocos, pero pueden servir como referencia.

Jugada	Probabilidad
Duples de caballos.	0,0011%
31 real	0,05%
Medias de cuatros, cincos, seises sietes, sotas o caballos.	0,15%
37 al juego.	2,45%
31 al juego.	9,11%
Medias	4,87%
Juego (no mostramos los cálculos).	20,92%

31 real se juega en Iparralde y viendo la pequeña probabilidad de tenerlo, está bien pensado que gane al resto de las jugadas con 31.

Este 9,11% de probabilidad de tener 31 es algo sorprendente, al menos para mí, quiere decir que, de 11 veces, hay una media de una posibilidad de tener 31 al juego.

La probabilidad de tener cualquier juego es más que una de cada 5. Es decir que es muy fácil que jugando 4, alguno de ellos tenga juego.

Si como hemos dicho un jugador tiene 3 reyes 7, y su compañero le quita 2 reyes, la probabilidad de que pierda es 0,015%, si su compañero no le quita ninguno, esta probabilidad sube a 0,16%.

El cálculo de probabilidades de tener pares o duples es un poco más laborioso y lo vamos a dejar. Si hubiera alguien que estuviese interesado y me lo pidiera sería capaz de intentarlo.

Se me ocurrió un día seguir las jugadas de un jugador de mus durante un rato y esto es lo que observé. Tuvo 31 al quinto, al décimo, al decimoquinto y al decimoséptimo reparto, por encima de lo que da el cálculo de probabilidades. Se puede decir que ese jugador tuvo suerte con 31 al juego.

Otra vez en casa me di cartas varias veces, me tocó 31 en el reparto 11, en el 19, en el 63 y en el 69.
Por debajo de lo que da el cálculo de probabilidades. Tuve mala suerte.

Como es lo habitual, no coincide la realidad con la probabilidad.

Antton del Campo.
Ingeniero Industrial.